**PERTEMUAN 10**

**LOGARITMA**

1. **PENDAHULUAN**

Dengan makin seringnya penggunaan kalkulator, tabel logaritma sekarang ini makin jarang dipergunakan. Meskipun demikian, teori logaritma sangat penting untuk diketahui, karena terdapat beberapa hukum teknik dan sains yang menggunakan aturan-aturan logaritma.

Jika sebuah bilangan *y* dapat ditulis dalam bentuk *ax*, maka indeks *x* disebut sebagai “logaritma dari *y* dengan bilangan dasar *a*”. Dengan kata lain :

**Jika *y = ax* maka *x* = *y***

Jadi, karena 1000 = 103, maka 3 = 1000

Periksalah hasil ini dengan menggunakan tombol “ log “ pada kalkulator :

1. Logaritma dengan bilangan dasar 10 disebut **logaritma umum** dan biasanya disingkat lg. Periksalah nilai berikut dengan menggunakan kalkulator :

lg 17,9 = 1,2528…..

lg 462,7 = 2,6652…..

lg 0,0173 = - 1,7619

1. Logaritma yang memiliki bilangan dasar *e* ( dimana “ *e* “ adalah suatu konstanta matematika yang nilainya kurang lebih sama dengan 2,7183 ) disebut **logaritma** **hiperbola, Napier atau natural**, dan biasanya disingkat menjadi ln. Nilai-nilai berikut ini dapat diperiksa dengan menggunakan kalkulator :

ln 3,15 = 1,1474……..

ln 362,7 = 5,8935……..

ln 0,156 = - 1,8578……

1. **ATURAN-ATURAN LOGARITMA**

Terdapat tiga aturan logaritma yang dapat diterapkan untuk bilangan dasar apapun :

1. **Mengalikan dua bilangan : log ( *A* x *B* ) = log *A*  + log *B***

Periksalah nilai berikut dengan menggunakan kalkulator :

lg 10 = 1

juga lg 5 + lg 2 = 0,69897……. + 0,3010209……. = 1

Sehingga lg ( 5 x 2 ) = lg 10 = lg 5 + lg 2

1. **Membagi dua bilangan** : **log =** **log *A*  - log *B***

Periksalah nilai berikut dengan menggunakan kalkulator :

lg ( ) = lg 2,5 = 0,39794……

juga lg 5 - lg 2 = 0,69897…. - 0,30103….. = 0,39794

sehingga lg ( ) = lg 5 - lg 2

1. **Memangkatkan bilangan** **: lg *An = n* log *A***

Periksalah nilai berikut dengan menggunakan kalkulator :

lg 52 = lg 25 = 1,39794

juga 2 lg 5 = 2 x 0,69897 = 1,39794

sehingga lg 52 = 2 lg 5

**SOAL – SOAL :**

1. Hitunglah : a. 9 b. 10 c. 8

Jawab :

1. Jika x = 9 , maka 3x = 9, menurut definisi logaritma, dimana 3x = 32 , sehingga diperoleh x = 2.

Jadi 9 = 2

1. Jika x = 10 , maka 10x = 10, menurut definisi logaritma, dimana 10x = 101 , sehingga diperoleh x = 1.

Jadi 10 = 1

1. Jika x = 8 , maka 16x = 8, menurut definisi logaritma, dimana (24)x = 23 , sehingga diperoleh 4 x = 3 dan x =

Jadi 8 =

1. Hitunglah : a. lg 0,001 b. ln *e* c.

Jawab :

1. Jika x = lg 0,001 = , maka 10x = 0,001 atau 10x = 10-3 , sehingga diperoleh x = - 3.

Jadi lg 0,001 = - 3

1. Jika x = ln *e* = , artinya ee = e , atau ee = e1 sehingga diperoleh x = 1.

Jadi ln *e* = 1

1. Jika x = , maka 3x = = 3-4 , sehingga diperoleh x = - 4

Jadi = - 4

1. Selesaikan persamaan-persamaan berikut : a. lg x = 3 b. x = 3

c. x = - 2

Jawab :

1. Jika lg x = 3, maka , dan x = 103 sehingga diperoleh x = 1000

1. Jika x = 3, maka x = 23 = 8
2. Jika x = - 2 , maka x = 5-2 = =
3. Nyatakanlah (a) log 30 dan (b) log 450 dalam bentuk log 2, log 3 dan log 5 untuk bilangan dasar sembarang.

Jawab :

1. Log 30 = log ( 2 x 15 ) = log ( 2 x 3 x 5 )

= log 2 + log 3 + log 5 -----🡪 menurut aturan pertama logaritma

1. Log 450 = log ( 2 x 225 ) = log ( 2 x 3 x 75 )

= log ( 2 x 3 x 3 x 25 )

= log ( 2 x 32 x 52 )

= log 2 + log 32 + log 52 -----🡪 menurut aturan pertama logaritma

Sehingga log 450 = log 2 + 2 log 3 + 2 log 5 -----🡪 menurut aturan ketiga logaritma

1. Nyatakanlah log ( ) dalam bentuk log 2, log 3 dan log 5 untuk bilangan dasar sembarang.

Jawab :

log ( ) = log 8 + log - log 81 --🡪 aturan pertama log

= log 23 + log 51/4 - log 34  --🡪 aturan perpangkatan

Sehingga log ( ) = 3 log 2 + ¼ log 5 - 4 log 3 ---🡪 menurut aturan ketiga logaritma

1. Sederhanakanlah log 64 – log 128 + log 32

Jawab :

64 = 26  , 128 = 27 dan 32 = 23

Sehingga log 64 – log 128 + log 32 = log 26 - log 27  + log 23

= 6 log 2 - 7 log 2 + 3 log 2

= 4 log 2

1. Hitunglah

Jawab :

=

=

= =

1. Selesaikan persamaan log ( x - 1 ) + log ( x + 1 ) = 2 log ( x + 2 )

Jawab :

Menurut aturan logaritma pertama : log (x - 1) + log (x + 1) = log (x-1)(x +1)

= log ( x2 – 1 )

2 log ( x + 2 ) = log ( x + 2 )2 = log ( x2 - 4x + 4 )

Sehingga jika log ( x2 – 1 ) = log ( x2 - 4x + 4 )

x2 – 1 = x2 - 4x + 4

x2 – x2 + 4x = 4 + 1

4x = 5

x =

**SOAL-SOAL LEBIH LANJUT MENGENAI ATURAN-ATURAN LOGARITMA**

Untuk soal 1 hingga 11, hitunglah :

1. 1000 2. 16 3. 125

5. 2 6. 343

100 8. 8 9. 3

0,01 11. ln

Untuk soal 12 hingga 18, selesaikan persamaan-persamaan berikut :

12. x = 4 13. log x = 5 14. x = 2

15. x = - 2 16. lg x = - 2 17. x = -

18. ln x = 3

Untuk soal 19 hingga 22, tulislah pernyataan berikut ini dalam bentuk log 2, log 3, log 5 dengan bilangan dasar sembarang :

19. log 60 20. log 300

21. log ( ) 21. Log ( )

Selesaikanlah persamaan pada soal 23 hingga 25 berikut ini :

23. log 27 - log 9 + log 81

24. log 64 + log 32 - log 128

25. log 8 - log 4 + log 32

Tentukanlah nilai dari persamaan pada soal 26 dan 27 :

26.

27.

Selesaikanlah persamaan pada soal 28 hingga 30 berikut ini :

28. log x4 - log x3  = log 5x - log 2x

29. log 2x3 - log x = log 16 + log x

30. 2 log b2 - 3 log b = log 8b - log 4b

1. **PERSAMAAN – PERSAMAAN PERPANGKATAN**

Aturan – aturan logaritma dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan yang melibatkan tanda pangkat - disebut **persamaan perpangkatan**.

Sebagai contoh, untuk menyelesaikan 3x = 27, logaritma dengan bilangan dasar 10 kita hitung dari kedua ruas :

maka 3x = 27

dan x 3 = 27

x = = = 3

**SOAL - SOAL**

1. Selesaikan persamaan 2x = 3

Jawab :

Dengan menghitung dari kedua ruas 2x = 3, diperoleh :

2x = 3

x 2 = 3

x = = = 1,585

1. Selesaikanlah persamaan =

Jawab :

Dengan menghitung dari kedua ruas , maka diperoleh :

=

( x + 1 ) = ( 2x - 5 ) 3

x + = 2x 3 - 5 3

x ( 0,3010) + 0, 3010 = 2x ( 0,4771 ) - 5 ( 0,4771 )

0,3010 x + 0, 3010 = 0,9542 x - 2,3855

0,3010 x - 0,9542 x = - 2,3855 - 0,3010

* 0,6532 x = - 2,6865

x = = 4,11

1. Selesaikan persamaan x3,2 = 41,15

Jawab :

Dengan menghitung dari kedua ruas , maka diperoleh :

x3,2 = 41,15

x = 41,15

x = = 0, 50449

Jadi x = antilog 0,50449 = 3,195

**SOAL-SOAL** :

Selesaikanlah x untuk soal-soal persamaan perpangkatan berikut ini :

1. 3x = 64 5. 25,28 = 4,32x
2. 2x = 9 6. 42 x - 1 = 5 x + 2
3. 2 x - 1 = 3 2x - 1 7. x-0,25 = 0,792
4. x 1,5 = 14,91 8. 0,027x = 3,26

**CONTOH SOAL LAIN :**

1. Hitunglah dengan menggunakan logaritma :
2. (b)

**Jawab :**

1. Misal x = , maka :

log x = log

log x = log ( 79,8 )2 + log 6,48 - log 173

log x = 2 log 79,8 + log 6,48 - log 173

log x = 2 ( 1,902 ) + 0,8116 - 2,238

log x = 2,3776

log x = 2 + 0,3776

log x = log 102 + log 2,3856

log x = log 102 x 2,3856

log x = log 238,56

x = 238,56 ----🡪 jadi = 238,56 (nilaipendekatan)

1. Misal x =

log x = log = log

log x = log 154 + log - log - log

log x = log 154 + log 1936 - log 1847 - log 9614

log x = 2,1875 + - ( 3,2665 ) - ( 3,9829 )

log x = 1,7464

log x = 1 + 0,7464

log x = log 10 + log 5,577

log x = log 10 x 5,577

log x = log 55,77

x = 55,77

Jadi = 55,77 ( nilai pendekatan )