



**PEMBAHASAN
SOAL OSN MATEMATIKA SMP 2013 TINGKAT KABUPATEN**

1. **B. 4**

$$x^4 - 1 = (x^2)^2 - 1^2 = (x^2 + 1)(x^2 - 1) = (x^2 - (\sqrt{-1})^2)(x^2 - 1^2) = (x + \sqrt{-1})(x - \sqrt{-1})(x + 1)(x - 1)$$

1 2 3 4 (ada 4 faktor) ■

Tidak ada penjelasan tentang faktor harus bilangan real atau bukan, sehingga pemfaktoran dilakukan berdasarkan semua kemungkinan yang ada (bilangan imajiner juga diikutkan).

2. **B. 1**

Misal :

$$a = 13p + 12$$

$$b = 13q + 9$$

$$c = 13r + 11$$

$$d = 13s + 7$$

$$\begin{aligned} 3a + 4b - 3c + 2d &= 3(13p + 12) + 4(13q + 9) - 3(13r + 11) + 2(13s + 7) \\ &= 13p' + 36 + 13q' + 36 - 13r' - 33 + 13s' + 14 \\ &= (13p' + 13q' - 13r' + 13s') + 53 \end{aligned}$$

Karena ditanyakan sisa pembagian maka cukup diambil 53, sehingga :

$$53 = 13 \cdot (4) + 1$$

Jadi sisa pembagian $3a + 4b - 3c + 2d$ oleh 13 adalah 1 ■

3. **C. 40**

$$\bar{x}_a = 73$$

$$\bar{x}_b = 88$$

$$\bar{n}_a + \bar{n}_b = 75 \Rightarrow \bar{n}_b = 75 - \bar{n}_a$$

$$\bar{x}_{gabungan} = 80$$

$$\bar{x}_{gabungan} = \frac{\bar{n}_a \cdot \bar{x}_a + \bar{n}_b \cdot \bar{x}_b}{\bar{n}_a + \bar{n}_b}$$

$$80 = \frac{\bar{n}_a \cdot 73 + (75 - \bar{n}_a) \cdot 88}{75}$$

$$80 \cdot 75 = 73\bar{n}_a + 75 \cdot 88 - 88\bar{n}_a$$

$$6000 = -15\bar{n}_a + 6600$$

$$\bar{n}_a = \frac{6600 - 6000}{15} = \frac{600}{15}$$

$$\bar{n}_a = 40 \quad ■$$

4. **E. 60.000,00**

Misal :

N = Uang Netty mula-mula

A = Uang Agit mula-mula

$$N : A = 2 : 1 \Rightarrow \frac{N}{A} = \frac{2}{1} \Rightarrow N = 2A \Rightarrow A = \frac{N}{2} \dots (1)$$

$$\begin{aligned} (N - 100000) : (A + 100000) &= 1 : 3 \Rightarrow \frac{(N - 100000)}{(A + 100000)} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3N - 300000 = A + 100000 \\ \Rightarrow 3N - A &= 300000 + 100000 \Rightarrow 3N - A = 400000 \dots (2) \end{aligned}$$





Selanjutnya : (1) \rightarrow (2)

$$3N - A = 400000$$

$$3N - \frac{N}{2} = 400000$$

$$\frac{5N}{2} = 400000$$

$$N = \frac{400000 \cdot (2)}{5}$$

$$N = 160000$$

Jadi uang Netty sekarang adalah $160000 - 100000 = 60000$ ■

5. **B. 812**

$$f(1) = 2000$$

$$f(x+1) + 12 = f(x) \Rightarrow f(x+1) = f(x) - 12$$

Sehingga :

$$f(x+1) = f(x) - 12$$

$$f(2) = f(1) - 12 = 2000 - 12$$

$$f(3) = f(2) - 12 = (2000 - 12) - 12 = 2000 - 2 \cdot (12)$$

$$f(4) = f(3) - 12 = (2000 - 2 \cdot (12)) - 12 = 2000 - 3 \cdot (12)$$

⋮

$$f(x+1) = 2000 - (x) \cdot 12$$

$$f(100) = 2000 - (99) \cdot 12 = 2000 - 1188 = 812$$
 ■

6. **B. 8**

$$H = \{k \mid x^2 - 1 < x^2 + k < 2(x+1), \text{ dengan } x \text{ dan } k \text{ bilangan bulat}\}$$

Sehingga :

$$x^2 - 1 < x^2 + k < 2(x+1)$$

$$x^2 - 1 < x^2 + k < 2x + 2$$

$$x^2 - 1 - x^2 < k < 2x + 2 - x^2$$

$$-1 < k < -x^2 + 2x + 2$$

Untuk :

$$x = 0 \Rightarrow -1 < k < -0^2 + 2(0) + 2 \Rightarrow -1 < k < 2 \Rightarrow k = 0, 1 \quad (\text{memenuhi})$$

$$x = 1 \Rightarrow -1 < k < -1^2 + 2(1) + 2 \Rightarrow -1 < k < 3 \Rightarrow k = 0, 1, 2 \quad (\text{memenuhi dan dipilih})$$

$$x = 2 \Rightarrow -1 < k < -2^2 + 2(2) + 2 \Rightarrow -1 < k < 2 \Rightarrow k = 0, 1 \quad (\text{memenuhi})$$

$$x = 3 \Rightarrow -1 < k < -3^2 + 2(3) + 2 \Rightarrow -1 < k < -1 \quad (\text{tidak memenuhi})$$

Jadi :

$$H = \{0, 1, 2\} \Rightarrow n(H) = 3$$

Banyak himpunan bagian dari H adalah $2^{n(H)} = 2^3 = 8$ ■





7. C. 26

Kelereng Awal	Hari Pertama	Hari Kedua	Hari Ketiga
$A = x$	$A = x - y - z$	$A = 2(x - y - z)$ $= 2x - 2y - 2z$	$A = 2(2x - 2y - 2z) = 4x - 4y - 4z$
$B = y$	$B = 2y$	$B = 2y - (x - y - z) - 2z$ $= 2y - x + y + z - 2z$ $= 3y - x - z$	$B = 2(3y - x - z) = 6y - 2x - 2z$ $= -2x + 6y - 2z$
$C = z$	$C = 2z$	$C = 4z$	$C = 4z - (2x - 2y - 2z) - (3y - x - z)$ $= 4z - 2x + 2y + 2z - 3y + x + z$ $= 7z - x - y = -x - y + 7z$

Selanjutnya :

$$A \Rightarrow 4x - 4y - 4z = 16 \Rightarrow x - y - z = 4 \quad \dots (1)$$

$$B \Rightarrow -2x + 6y - 2z = 16 \Rightarrow -x + 3y - z = 8 \quad \dots (2)$$

$$C \Rightarrow -x - y + 7z = 16 \quad \dots (3)$$

Elemenasi (2) dan (1) :

$$-x + 3y - z = 8$$

$$\begin{array}{r} x - y - z = 4 \\ \hline -2x + 4y = 4 \end{array} \quad \dots (4)$$

Elemenasi (1) dan (3) :

$$7x - 7y - 7z = 28 \quad (\text{persamaan (1) ruas kanan dan kiri dikalikan 7})$$

$$\begin{array}{r} -x - y + 7z = 16 \\ 6x - 8y = 44 \end{array} \quad \begin{array}{l} + \\ \hline 3x - 4y = 22 \end{array} \quad \dots (5)$$

Elemenasi (5) dan (4) :

$$3x - 4y = 22$$

$$\begin{array}{r} -2x + 4y = 4 \\ \hline x = 26 \end{array} \quad +$$

Jadi banyak kelereng A mula-mula adalah 26 ■

8. E. 1/6

$$x + y = 24 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \text{nilai terkecil}$$

Untuk mendapatkan nilai terkecil haruslah $\frac{24}{2} = 12$

Sehingga :

$$12 + 12 = 24 \Rightarrow \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6} \quad ■$$

9. E. 8

$$\frac{2013}{7000} = 0,287 \left| \begin{array}{cccccc} 5 & 7 & 1 & 4 & 2 & 8 \end{array} \right| 571428$$

3 tidak berulang, tetapi angka seterusnya merupakan 6 berulang

Sehingga :

5 = Sisa 1

7 = Sisa 2





1 = Sisa 3

4 = Sisa 4

2 = Sisa 5

8 = Sisa 6 atau sisa 0

2013 - 3 karena ada 3 angka tidak berulang

Angka ke 2013 dibelakang koma dicari dengan $(2013 - 3) = 6 \cdot (335) + 0$ (bersisa nol)

Artinya Angka ke 2013 dibelakang koma adalah 8 ■

10. D. 7

$$987654321 \Rightarrow 9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99$$

1 2 3 4 5 6 7

Jadi banyaknya tanda operasi penjumlahan yang harus disisipkan adalah 7 ■

11. E. 100

Barisan : 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, ...

Dari angka 1 sampai ke 100, angka kelipatan 3 yang harus dihilangkan sebanyak $\frac{99}{3} = 33$ angka.

Sehingga angka 100 merupakan suku ke $100 - 33 = 67$.

Jadi suku ke 67 pada barisan tersebut adalah 100 ■

12. E. -15

Rata-rata 51 bilangan bulat berurutan adalah 10, sehingga :

..., 10, 10, 10, 10, 10, 10, ... $\Rightarrow 51 = 2 \cdot (25) + 1$ (Jadi agar berurutan angka 10 harus bilangan ke 26)

24 25 | 26 27 28 29

↓

..., 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...

Jadi bilangan terkecil dari semua bilangan tersebut adalah $10 - 25 = -15$ ■

13. B. 3/58

Merah = 15

Biru = 12

Hijau = 3

Total = 30

Peluang bola yang terambil merah pada pengambilan pertama dan hijau pada pengambilan kedua :

$$\frac{15}{30} \cdot \frac{3}{29} = \frac{3}{58}$$

■

14. D. 240

Misal :

Yang bisa menjadi sopir : A dan B

Penumpang : A, B, C, D, dan E

Sehingga akan terdapat dua pola tempat duduk :

Pola I :

B	A
C	D
E	

Banyak cara mengatur tempat duduk pada pola I : ${}_5P_4 = \frac{5!}{(5-4)!} = 120$





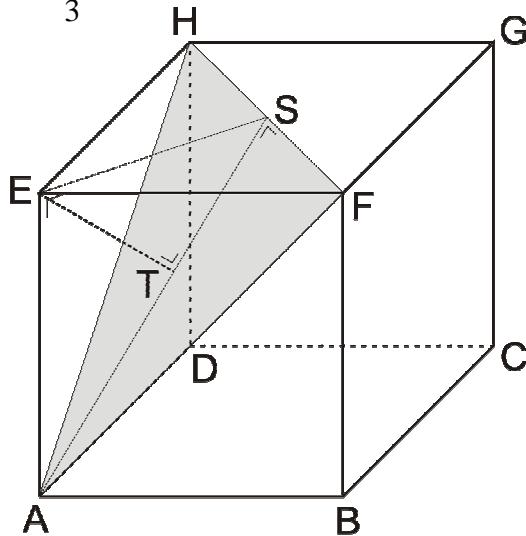
Pola II :

A	B
C	D
E	

Banyak cara mengatur tempat duduk pada pola II : ${}_5P_4 = \frac{5!}{(5-4)!} = 120$

Jadi banyak cara mengatur tempat duduk mereka adalah $120 + 120 = 240$ ■

15. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH = 1 satuan

$AE = 1$ satuan

$AF = FH = EG = \sqrt{2}$ satuan

$FS = ES = \frac{1}{2} \cdot FH = \frac{\sqrt{2}}{2}$ satuan

Perhatikan segitiga AFS :

$$AS = \sqrt{AF^2 - FS^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \sqrt{2 - \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Perhatikan segitiga ASE :

$$\text{Luas } ASE = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot ES$$

$$\frac{1}{2} \cdot AS \cdot ET = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot ES$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot ET = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$ET = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}}$$

$$ET = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$

$$ET = \frac{\sqrt{12}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Jadi jarak titik E ke bidang AFH adalah $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ■





16. C. 13

Diketahui :

5 data bilangan bulat positif dengan rataan = 7

Median = modus = 9

Artinya :

7 7 7 7 7 \Rightarrow 5 data dengan rata-rata 7

6 6 9 7 7 \Rightarrow mediannya 9, rata-ratanya 7

1 2 9 9 14 \Rightarrow rata-ratanya 7, mediannya 9, modusnya 9, jangkauannya terbesar

Jangkauan = 14 - 1 = 13 ■

17. A. $\frac{9}{22}$

12 Apel \Rightarrow 10 baik dan 2 busuk

Peluang mendapatkan 1 busuk dalam 3 kali pengambilan, terdapat 3 kemungkinan :

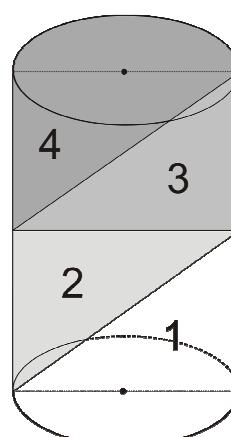
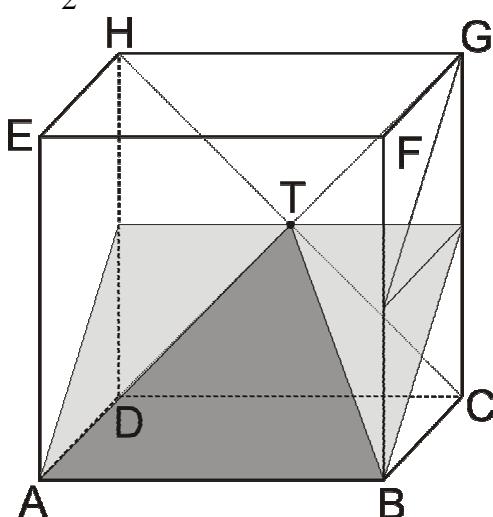
I. Apel busuk terambil pada pengambilan pertama : $\frac{2}{12} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{9}{10} = \frac{3}{22}$

II. Apel busuk terambil pada pengambilan kedua : $\frac{10}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{9}{10} = \frac{3}{22}$

III. Apel busuk terambil pada pengambilan ketiga : $\frac{10}{12} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{3}{22}$

Jadi Peluang tepat satu busuk dalam pengambilan 3 apel adalah $\frac{3}{22} + \frac{3}{22} + \frac{3}{22} = \frac{9}{22}$ ■

18. A. $\frac{3\pi}{2}$



Agar volume silinder maksimal maka diameter silinder harus sama dengan panjang sisi kubus, yaitu 2 m.

Jari-jari silinder = 1 m

Tinggi silinder = 2 m

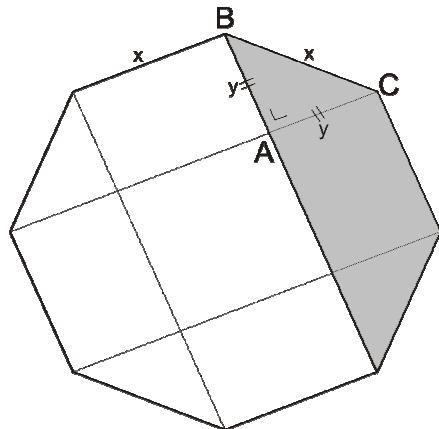
Jika dilakukan pemancungan kubus ABCD.EFGH melalui bidang ABT, maka seperti tampak pada gambar silinder akan kehilangan volume pada bagian 1. Dengan demikian volume silinder hanya tinggal $\frac{3}{4}$ nya saja.

Volume silinder terpancing = $\frac{3}{4} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot t = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = \frac{3\pi}{2}$ ■





19. B. 1 : 4



Segi delapan tersebut terdiri dari : 4 segitiga siku-siku sama kaki (yang sama persis), 4 persegi panjang (yang sama persis) dan 1 persegi.

Misal :

Panjang sisi segi delapan adalah x

$$AC = AB = y$$

Perhatikan segitiga siku-siku sama kaki pada gambar :

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$y^2 + y^2 = x^2$$

$$2y^2 = x^2$$

$$y^2 = \frac{x^2}{2}$$

$$y = \sqrt{\frac{x^2}{2}} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{2}x}{2}$$

Luas arsiran :

$$\text{Luas arsiran} = 2 \cdot \text{Luas segitiga} + \text{Luas persegi panjang}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot y \cdot y + y \cdot x \\ &= \frac{x^2}{2} + \frac{\sqrt{2}x^2}{2} \\ &= \frac{x^2}{2} \cdot (1 + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

Luas segi delapan :

$$\text{Luas segi delapan} = 4 \cdot \text{Luas segitiga} + 4 \cdot \text{Luas persegi panjang} + \text{Luas persegi}$$

$$\begin{aligned} &= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot y \cdot y + 4 \cdot y \cdot x + x^2 \\ &= 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 4 \cdot \frac{\sqrt{2}x^2}{2} + x^2 \\ &= x^2 + 2\sqrt{2}x^2 + x^2 \\ &= 2x^2 + 2\sqrt{2}x^2 \\ &= 2x^2 \cdot (1 + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\text{Luas arsiran} : \text{Luas segi delapan} = \frac{\frac{x^2}{2} \cdot (1 + \sqrt{2})}{2x^2 \cdot (1 + \sqrt{2})} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 1 : 4 \quad \blacksquare$$





20. A. 24

9	1	0	0
---	---	---	---

Gagal karena ada angka nol

8	1	1	0
---	---	---	---

Gagal karena ada angka nol , dan ada angka yang sama

7	2	1	0
---	---	---	---

Gagal karena ada angka nol

6	2	1	1
---	---	---	---

Gagal karena ada angka yang sama

5	2	3	0
---	---	---	---

Gagal karena ada angka nol

4	1	2	3
---	---	---	---

Benar, karena jumlahnya 10, tidak ada angka yang sama, dan tidak ada angka nol

Banyak bilangan yang dapat disusun dari angka 4, 1, 2, dan 3 adalah $4! = 24$ ■

