**BAB II**

**PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT**

**1. Pengertian Fungsi**

Fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu relasi khusus memasangkan setiap anggota himpunan A dengan tepat satu anggota himpunan B.

Jadi, dalam pemetaan dari himpunan A ke himpunan B syaratnya:

a. Himpunan A dan B tidak kosong

b. Setiap anggota A harus mempunyai pasangan di B

c. Pasangan anggota A di B tidak boleh lebih dari satu

d. Anggota B boleh tidak mempunyai pasangan di A atau mempunyai pasangan di A lebih dari satu

Jika suatu fungsi memetakan himpunan A ke himpunan B, A disebut daerah asal (domain) dan B disebut daerah kawan (kodomain). Himpunan anggota B yang mempunyai pasangan di A disebut daerah hasil (range).

Jika fungsi dari himpunan A ke himpunan B disebut f, pemetaan tersebut dapat dinyatakan dengan notasi fungsi f: A  B (dibaca f memetakan A ke B). Jika x  A dan y  B, notasi untuk menyatakan pemetaan tersebut adalah fungsi f: x  y (dibaca f memetakan x ke y). Jika notasi fungsi tersebut dinyatakan dalam bentuk rumus fungsi, dapat ditulis f(x) = y atau y = f(x).

Jika n(A) = a dan n(B) = b, banyak fungsi yang mungkin:

* + - * 1. dari himpunan A ke himpunan B adalah ba,
				2. dari himpunan B ke himpunan A adalah ab.

Seperti halnya pada relasi, pemetaan atau fungsi (relasi khusus) juga dapat dinyatakan dengan diagram panah, diagram cartesius dan himpunan pasangan berurutan.

**Contoh:**

Pemetaan f:AB ditentukan oleh f(x) = 2x dengan himpunan A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}dan B adalah bilangan cacah. Tentukan range dan himpunan pasangan berurutannya!

**Jawab:**

Rangenya adalah:

f(x) = 2x

f(0) = 2 . 0 = 0 f(3) = 2 . 3 = 6

f(1) = 2 . 1 = 2 f(4) = 2 . 4 = 8

f (2) = 2 . 2 = 4 f(5) = 2 . 5 = 10

Jadi, rangenya adalah {0, 2, 4, 6, 8, 10}

Himpunan pasangan berurutannya adalah {(0,0), (1,2), (2,4), (3,6), (4,8), (5,10)}

**Latihan!**

1. Suatu fungsi didefinisikan dengan f(x) = 4x – 2 dari himpunan {0, 1, 2, 3, 4}ke himpunan bilangan bulat. Tentukan range dan himpunan pasangan berurutannya.

2. Tentukan nilai n, apabila diketahui:

 a. p(x) = 3x + n dan p(2) = -4

 b. q(x) = 8 +  dan q(n2) = 12

3. Diberikan fungsi . Nilai dari fungsi f(-2) = ...

4. Diketahui fungsi . f(1) = 1 dan f(2) = -1.

a. Carilah nilai a dan b

b. Hitunglah nilai f(-2), f(-1), f(0), f(3), dan f(4)

5. Diketahui fungsi kuadrat *f*(*x*) = –2*x*2 + 4*x* + 3 dengan daerah asal {*x* | –2 ≤ *x* ≤ 3, *x* ε R}. Daerah hasil fungsi adalah …

**PR!**

1. Diketahui fungsi . f(-1) = 1 dan f(2) = 8.

a. Carilah nilai a dan b

b. Hitunglah nilai f(-2), f(-1), f(0), f(3), dan f(4)

2. Diketahui fungsi f(x) = 2x + 5

 a. hitunglah f(0), f(-1) dan f(5)

 b. nilai a sehingga f(a) = 3

3. Tentukan domain fungsi f terdefinisi di mana fungsi 

**2. Persamaan Kuadrat**

**a. Pengertian Persamaan Kuadrat**

Bentuk umum persamaan kuadrat adalah :



Dengan a, b dan c bilangan real dan a 0.

Semua bilangan yang memenuhi persamaan kuadrat dinamakan akar-akar persamaan kuadrat.

Untuk menyelesaikan persamaan kuadrat antara lain dengan :

1. Memfaktorkan

Penyelesaian ini menggunakan sifat faktor nol yaitu: untuk a, b  R dan berlaku a.b = 0 maka a = 0 dan b = 0.

**Contoh :**

Tentukan himpunan penyelesaian dari:



**Jawab:**



(x – 3) (x – 4) = 0

(x – 3) = 0 atau (x – 4) = 0

 x = 3 atau x = 4

**Latihan!**

Dengan cara memfaktorkan, carilah akar-akar tiap persamaan kuadrat berikut ini.

a.  e. 

b.  f. 

c.  g. 

d.  h. 

**PR!**

Dengan cara memfaktorkan, carilah akar-akar tiap persamaan kuadrat berikut ini.

a.  e. 

b.  f. 

c.  g. 

d.  h. 

2. Melengkapkan Kuadrat Sempurna

 **Contoh:**

 Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna : 

 -2 + 

 -2 + 16

 

 x + 4 = 

 x = -4 

**Latihan!**

Dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna carilah akar-akar tiap persamaan kuadrat berikut!

a.  d. 

b.  e. 6*x*2 – *x* – 35 = 0

c. 

**PR!**

Dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna carilah akar-akar tiap persamaan kuadrat berikut!

a.  d. 

b.  e. 6*x*2 + *x* – 5 = 0

c. 

3. Menggunakan Rumus

 Akar persamaan kuadrat , a 0 adalah : 

**Latihan!**

Selesaikan dengan menggunakan rumus!

a.  c. 

b.  d. 

**PR!**

Selesaikan dengan menggunakan rumus!

a.  c. 

b.  d. 

**b. Diskriminan Persamaan Kuadrat**

Jenis akar persamaan kuadrat  ditunjukkan oleh diskriminan yang dirumuskan D = , yaitu:

1. D > 0, persamaan kuadrat mempunyai dua akar nyata (real) yang berbeda

2. D = 0, persamaan kuadrat mempunyai dua akar real yang sama (kembar)

3. D < 0, persamaan kuadrat kedua akarnya tidak nyata (khayal)

**Contoh:**

Tanpa harus menyelesaikan persamaannya terlebih dahulu, tentukanlah jenis akar persamaan kuadrat 

**Jawab:**



a = 1, b = -4, c = 5

D = 

Karena D<0, kedua akarnya tidak nyata (khayal).

**Latihan!**

Tanpa harus menyelesaikan persamaannya terlebih dahulu, tentukanlah jenis akar tiap persamaan kuadrat berikut!

a.  c. 

b.  d. 

**PR!**

Tanpa harus menyelesaikan persamaannya terlebih dahulu, tentukanlah jenis akar tiap persamaan kuadrat berikut!

a.  c. 

b.  d. 

**c. Jumlah, Selisih dan Hasil Kali Akar-Akar Persamaan Kuadrat**

Jika dan adalah akar-akar persamaan kuadrat , maka:

1. 

2. 

3. 

**Contoh :**

Persamaan kuadrat mempunyai akar-akar  dan . Tentukan nilai dari:

a.  +  e.  - 

b.  . f. 

c.  +  g. 

d.  + 

**Jawab:**

a.  + = =  =

b.  .= 

c.  +  =  =  = 

d.  +  = 

e.  - =  =  =  = 

f.  = 

g. =  = 

**Latihan!**

1. Persamaan kuadrat mempunyai akar-akar  dan . Tentukan nilai dari:

a.  +  e.  - 

b.  . f. 

c.  +  g. 

d.  +  h. 2 + 1 dan 2+ 1

2. Akar-akar persamaan kuadrat 2x2 + mx + 16 = 0 adalah  dan . Jika  = 2.  dan  ,  positif maka nilai m = ...

3. Jika selisih akar-akar persamaan *x*2 – *nx* + 24 = 0 sama dengan 5, maka jumlah akar-akar persamaan adalah …

4. Akar-akar persamaan kuadrat x2 + (a-1)x + 2 = 0 adalah p dan q. Jika p = 2q dan a > 0 maka nilai a = ...

5. Bila jumlah kuadrat akar-akar persamaan *x*2 – (2*m* + 4) *x* + 8*m* = 0 sama dengan 52 maka salah satu nilai *m* = ...

**PR!**

1. Persamaan kuadrat mempunyai akar-akar  dan . Tentukan nilai dari:

a.  +  e.  - 

b.  . f. 

c.  +  g. 

d.  + 

2. Akar-akar persamaan kuadrat*(p – 2) x2 + 4 x + (p + 2) = 0* adalah α dan β.

 Jika α β2 + β α2 = *–* 20 , maka *p* = …

3. x1 dan *x*2 adalah akar-akar persamaan (*m* – 2)*x*2 – *m*2 + 3*m* – 2 = 0

Jika *x*1 + *x*2 = *x*1 *x*2 + 2 , maka nilai *m* adalah …

1. α dan β adalah akar-akar persamaan kuadrat *x*2 + 4*x* + *a* – 4 = 0. Jika α = 3β maka nilai *a* yang memenuhi adalah …
2. Akar-akar persamaan 2*x*2 – 6*x* – *p* = 0 adalah *x*1 dan *x*2. Jika *x*1 – *x*2 = 5, maka nilai *p* adalah ...

**d. Menyusun Persamaaan Kuadrat**

**1. Menyusun Persamaan Kuadrat yang Diketahui Akar-Akarnya**

a. Menggunakan Faktor

 = 0

b. Menggunakan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar

 

**Contoh:**

Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya 5 dan 6!

**Jawab:**

dan 

 Dengan menggunakan faktor

(x - 5) (x - 6) = 0



**Latihan!**

Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya diketahui sebagai berikut.

a. 2 dan 5 c. -5 dan -6

b. -3 dan 1 d. 4 dan -3

**PR!**

Susunlah persamaan kuadrat yang akar-akarnya diketahui sebagai berikut.

a. 6 dan 9 c. -5 dan -8

b. -3 dan 2 d. 7 dan -1

**2. Menyusun Persamaan Kuadrat Jika Akar-Akarnya Mempunyai Hubungan dengan Akar persamaan Kuadrat Lain.**

Jika akar-akar persamaan kuadrat mempunyai hubungan dengan akar-akar kuadrat yang lain maka persamaan kuadrat yang baru dapat ditentukan dengan dua cara yaitu:

a. Memakai rumus jumlah dan hasil kali

**Contoh:**

Akar-akar persamaan kuadrat  adalah  dan . Susunlah persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  dan 

**Jawab**



)

Persamaannya 

b. Dengan substitusi

**Contoh:**

Diketahui persamaan kuadrat . Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya berlawanan dengan akar-akar persamaan di atas!

**Jawab**

Persamaan kuadrat baru dalam y mempunyai akar y = -x atau x = -y sehingga persamaannya adalah





**Latihan!**

Akar-akar persamaan kuadrat  adalah  dan . Susunlah persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya :

a.  +  d.  dan 

b.  . e.  dan 

c.  dan  f. 2+ 1 dan 2+ 1

**PR!**

Akar-akar persamaan kuadrat  adalah  dan . Susunlah persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya :

a.  +  d.  dan 

b.  . e.  dan 

c.  dan  f. - 3 dan - 3

**3. Grafik Fungsi Kuadrat**

**a. Menggambar Grafik Fungsi Kuadrat**

Fungsi kuadrat f(x) = grafiknya berupa parabola.

Langkah-langkah dalam menggambar grafik fungsi kuadrat:

a. Menentukan titik potong terhadap sumbu x (y = 0)

b. Menentukan titik potong terhadap sumbu y (x = 0)

c. Menentukan koordinat titik puncak parabola

Koordinat titik puncak parabola 

d. Menentukan persamaan sumbu simetri

Persamaan sumbu simetri : x = 

**Contoh :**

Gambarlah grafik fungsi kuadrat dari : 

**Jawab**

berarti a =1, b = -6, c = 5.

1. Titik potong dengan sumbu koordinat

Titik potong sumbu koordinat x  y = 0



(x - 5)(x - 1) = 0

 Jadi, titik potong sumbu x (5,0) dan (1,0)

Titik potong sumbu y  x = 0



Jadi, titik potong sumbu y adalah (0,5)

1. Koordinat titik puncak





= (3,-4)

1. Persamaan sumbu simetri



**Latihan!**

, tentukan:

a. titik potong sumbu koordinat

b. koodinat titik puncak

c. persamaan sumbu simetri

d. sketsa grafik

**PR!**

1. Sketsa grafik fungsi kuadrat 
2. Tentukan koordinat titik balik minimum 
3. Tentukan koordinat titik potong grafik fungsi kuadrat 

**b. Sifat Grafik Fungsi Kuadrat**

Kedudukan grafik berkaitan dengan diskriminan dan nilai a pada fungsi f(x) = .

D > 0 grafik memotong sumbu x

D = 0 grafik menyinggung sumbu x

D < 0 grafik tidak terhadap sumbu x

a > 0 grafik menghadap ke atas

a < 0 grafik menghadap ke bawah

a > 0 dan D < 0 disebut definit positif

a < 0 dan D < 0 disebut definit negatif

**Contoh:**

Tentukan kedudukan grafik fungsi kuadrat !

**Jawab**

 maka a = 1, b = -4, c = 4

a = 1 → a > 0

D = b2- 4ac = (-4)2 – 4.1.4 = 16 – 16 = 0

Karena a > 0 dan D = 0 maka grafik f(x) menghadap ke atas dan menyinggung sumbu x

**Latihan!**

Tentukan kedudukan grafik fungsi kuadrat berikut!

1. 

2. 

**PR!**

Tentukan kedudukan grafik fungsi kuadrat berikut

1. 

2. 

**c. Membentuk Fungsi Kuadrat**

Fungsi kuadrat dapat disusun dari beberapa unsur yang diketahui dengan ciri-ciri tertentu, di antaranya:

1. Grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x pada titik  dan  maka persamaannya:

y = f(x) = a

2. Grafik menyinggung sumbu x pada titik  dan melalui sebuah titik tertentu, maka persamaannya:

y = f(x) = a

3. Grafik melalui titik puncak/titik balik  dan melalui sebuah titik tertentu, maka persamaannya:

y = f(x) = a

4. Grafik melalui tiga titik maka persamaan fungsi kuadratnya dapat dinyatakan:

y = f(x) = 

**Contoh:**

Tentukan persamaan fungsi kuadrat dengan koordinat titik puncak (2,4) dan melalui titik (0,8)!

**Jawab**





Melalui (0,8) berarti:

 8 = 

 8 = 4a – 4

4a = 12

 a = 3

Jadi, persamaannya

y = - 4

 

 

**Latihan!**

1. Tentukan persamaan fungsi kuadrat, jika diketahui:

a. memotong sumbu X di (-2, 0) dan (4, 0) serta melalui titik (1, -9)

b. berpuncak di (1, -16) serta melalui titik (4, -7)

2. Grafik fungsi kuadrat yang mempunyai titik balik (1,–4 ) dan melalui titik (2, –3) persamaannya adalah …

3. Grafik fungsi *y = ax2 + bx + c* memotong sumbu *x* di titik-titik yang absisnya 0 dan 2, dan puncaknya di titik (1,1). Fungsi itu adalah …

**PR!**

1. Grafik fungsi kuadrat memotong sumbu X di (1,0) dan (-4,0). Grafik fungsi kuadrat itu melalui titik (0,4).
	1. Carilah rumus untuk fungsi kuadrat itu.
	2. Carilah koordinat titik balik serta jenisnya.
	3. Carilah persamaan sumbu simetrinya.
2. Koordinat titik puncak dari sebuah grafik fungsi kuadrat adalah (-4,0). Grafik fungsi itu melalui titik (0,8). Carilah rumus grafik fungsi kuadrat itu.
3. Grafik suatu fungsi kuadrat yang memotong sumbu *X* di titik (–4, 0) dan (3, 0) serta memotong di titik (0, –12), mempunyai persamaan adalah …

**4. Persamaan dan Fungsi Kuadrat dalam Kehidupan**

Untuk menyelesaikan persoalan sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat, yang harus dilakukan adalah menterjemahkan bahasa verbal ke dalam model matematika.

1. Model matematika yang berbentuk persamaan kuadrat.

Contoh:

Jumlah dua bilangan sama dengan 35. hasil kali kedua bilangan tersebut 300. Tentukan bilangan-bilangan tersebut!

Jawab

Misal bilangan tersebut x dan y, maka x + y = 35 atau y = 35 – x

x . y = 300

x(35 - x) = 300

35





x = 15 atau x = 20

x = 15  y = 20

x = 20 y = 15

2. Model matematika yang berbentuk fungsi kuadrat

Contoh:

Seorang pemain sepakbola menendang bolanya, sehingga memenuhi persamaan . Tentukan tinggi maksimum bola tersebut dan tentukan pola waktu yang dibutuhkan bola sehingga jatuh ke tanah jika h dalam meter dan t dalam detik!

Jawab

 merupakan fungsi kuadrat dalam t, dengan a = -5, b =30, c = 0 tinggi maksimum:



 

 

 = 45 meter

Waktu yang dibutuhkan dari A ke B:

 = 3 detik

**Latihan!**

1. Jumlah bilangan sama dengan 30. Jika hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 300, tentukanlah bilangan-bilangan itu.

1. Jika suatu persegi panjang mempunyai keliling 60 cm, tentukan luas maksimum dari persegi panjang tersebut!
2. Sebuah roket ditembakkan ke atas sehingga memenuhi persamaan , h dalam meter, t dalam detik. Tentukan tinggi maksimum roket tersebut!

4. Seutas kawat mempunyai panjang 40 cm. Kawat itu dibentuk menjadi persegi panjang dengan panjang x cm dan lebar y cm. Luas persegi panjang dinyatakan dengan L(cm2).

* 1. Nyatakan L sebagai fungsi x
	2. Carilah luas persegi panjang yang terbesar.

**PR!**

1. Jumlah bilangan sama dengan 75. Jika hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 1250, tentukanlah bilangan-bilangan itu.
2. Keliling sebuah persegi panjang sama dengan 52 cm dan luasnya sama dengan 160 cm2. Tentukan panjang dan lebar persegi panjang itu!
3. Sebuah peluru bergerak dengan lintasan yang membentuk grafik fungsi parabola. Tinggi peluru setelah t detik dirumuskan dalam persamaan . Tentukan tinggi maksimum peluru tersebut dan waktu yang dibutuhkan untuk mencapai ketinggian maksimum tersebut.
4. Luas sebuah taman berbentuk segi tiga siku-siku adalah 60 m2. Apabila kedua sisi siku-sikunya berselisih 7 m, maka keliling taman itu adalah …

**UJI KOMPETENSI**

1. Akar-akar persamaan kuadrat  adalah  dan . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya  dan  adalah … .

A.  C.  E. 

B.  D. 

1. Persamaan kuadrat yang mempunyai titik balik (1,-4) dan melalui titik (2,-3) adalah ... .

A.  C.  E. 

B.  D. 

1. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya  dan  adalah ... .

A.  C.  E. 

B.  D. 

1. Akar-akar persamaan kuadrat adalah … .
	1. -1 dan 2 B. 1 dan -2 C. 1 dan 2 D. 2 dan 3 E. -2 dan 3
2. Koordinat titik potong grafik fungsi kuadrat  dengan sumbu X adalah ... .
	* 1.  D. 
		2.  E. 
		3. 
3. Titik balik minimum grafik fungsi  adalah ... .
	* 1. (-1, 3) C. (-1, -3) E. (-1, 6)
		2. (1, 3) D. (1, 6)
4. Persamaan kuadrat , mempunyai akar-akar  dan . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan 2 adalah ... .

A.  D. 

B.  E. E. 

C. 

1. Jika  dan  adalah akar-akar persamaan kuadrat , maka nilai adalah... .

A.  B.  C.  D.  E. 

1. Nilai maksimum dari  adalah ... .

A. 4 B. 3 C. 0 D. -1 E. -6

1. Suatu persegi panjang dengan panjang (2x + 4) cm dan lebar (4 - x) cm. Agar luas persegi panjang maksimum, ukuran panjang adalah ... cm.

A. 4 B. 6 C. 8 D. 10 E. 12

1. Persamaan grafik fungsi kuadrat di samping adalah...

(0, 3)

(1, 5)

X

Y

A. 

B. 

C. 

D. 

E. 

1. Koordinat titik balik dari grafik fungsi kuadrat yang persamaannya  adalah ... .
	1. (-1, -16) D. (-1, 16)
	2. (1, 16) E. (2, 16)
	3. (1, -16)
2. Persamaan grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik (-4, 0) dan (3, 0) serta memotong sumbu Y di titik (0, -12 ) adalah... .

A.  D. 

B.  E. E. 

C. 

1. Akar-akar persamaan kuadrat x(x - 9) + 18 = 0 adalah ... .
	* 1. -3 dan 6 D. -6 dan 3
		2. 3 dan 6 E. -9 dan -2
		3. -6 dan -3
2. Jika akar-akar kuadrat  adalah  dan , maka nilai dari 

A.  B.  C.  D.  E. 

1. Nilai minimum fungsi kuadrat adalah ... .
	* 1. -151 C. -55 E. 7
		2. -137 D. -4
2. Jumlah dua bilangan adalah 18. Hasil kali kedua bilangan akan maksimum jika kedua bilangan tersebut adalah... .
	* 1. 9 dan 9 D. -12 dan 6
		2. 10 dan 8 E. 15 dan 3
		3. 11 dan 7
3. Titik balik maksimum grafik  adalah... .
	* 1. (1, 5) D. (-1, 7)
		2. (1, 7) E. (0, 5)
		3. (-1, 5)

1. Persamaan grafik fungsi kuadrat yang puncaknya (-2, 6) dan melalui titik (0, 4) adalah ... .

A. 

B. 

C. 

D. 

E. 

1. Akar-akar persamaan kuadrat  adalah... .
	* 1. 3/2 dan -1
		2. -3/2 dan -1
		3. -3/2 dan 1
		4. 2/3 dan 1
		5. -2/3 dan 1
2. Akar-akar persamaan  adalah p dan q. Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya (p+1) dan (q+1)adalah... .

A. 

B. 

C. 

D. 

E. 

1. Persamaan kuadrat mempunyai akar-akar  dan  maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya  - 2 dan - 2 adalah ... .

A. 

B. 

C. 

D. 

E. 

1. Jika p dan q akar-akar dari persamaan kuadrat , maka nilai dari 
	* 1. 3/2 D. -1/6
		2. 2/3 E. -2/3
		3. 1/6
2. Persamaan kuadrat (*k* + 2)*x*2 – (2*k* – 1) *x* + *k* – 1 = 0 mempunyai akar-akar nyata dan sama. Jumlah kedua akar persamaan tersebut adalah …
3.  B.  C.  D.  E. 
4. Keliling sebuah persegi panjang 200 m. Ukuran panjang dan lebar persegi panjang tersebut agar luasnya maksimum adalah ... .
	* 1. 60 m dan 40 m
		2. 50 m dan 50 m
		3. 55 m dan 45 m
		4. 65 m dan 35 m
		5. 75 m dan 25 m

**BAB III**

**SISTEM PERSAMAAN LINEAR**

**1. Sistem Persamaan Dua Variabel**

Bentuk umum dari sistem persamaan linear dua variabel adalah:



Nilai x dan y yang meenuhi kedua persamaan tersebut dinamakan penyelesaian sistem persamaan linear

**a. Metode Substitusi**

Yaitu metode yang dilakukan dengan cara mengganti salah satu variabel dengan variabel lainnya

**Contoh:**

Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan

2x + 3y = -1

 x + y = -1

**Jawab:**

x + y = -1  y = -1 – x

Substitusikan ke 2x + 3y = -1

2x + 3(-1 -x) = -1

 2x -3 – 3x = -1

 -x = 2

 x = -2

**b.** **Metode Eliminasi**

Yaitu metode dengan menghilangkan salah satu variabel untuk memperoleh nilai dari variabel lain.

**Contoh:**

Dengan metode eliminasi, tentukan himpunan penyelesaian dari:

2x + 3y = 16

3x – y = 13

**Jawab**



+

 11x = 55

 x = 5

2x + 3y = 16 3  6x + 9y = 48

-

3x - y = 13 2  6x - 2y = 26

 11y = 22

 y = 2

Jadi, himpunan penyelesaian {(5,2)}

.

**c.** **Metode Grafik**

Penyelesaiannya adalah titik potong kedua garis yang dibentuk oleh sistem persamaan tersebut.

**Contoh:**

Dengan metode grafik, tentukan penyelesaian dari sistem persamaan

2x - y = 1

x + y = 6

**Jawab:**

Untuk 2x - y = 1 titik potong sumbu x y = 0

2x = 1 maka x = 

Jadi, titik potong sumbu x 

Untuk 2x – y = 1 titik potong sumbu y x = 0

y = -1.

Jadi, titik potong sumbu y adalah titik (0,-1)

Untuk x + y = 5 titik potong sumbu y x = 0

y = 5. Titik potong sumbu y (0,5)

Titik potong sumbu x  y = 0

x = 5. titik potong sumbu x (5,0)

Perpotongan antara kedua garis tersebut adalah (2,3) sehingga penyelesaiannya adalah {(2,3)}.

1. **Metode campuran substitusi dan eliminasi**

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan :

2x – y = 8

x + 2y = -1

**Jawab**



-

 -5y = 10

 y = -2

Untuk y = -2 substitusikan ke x + 2y = -1 menjadi:

x + 2(-2) = -1

 x – 4 = -1

 x = 3

Jadi himpunan penyelesaiannya{(3,-2)}

**Latihan!**

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan :

2. Carilah himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear 

3. Carilah himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear 

4. Himpunan penyelesaian dari adalah ...

**PR!**

1. Himpunan penyelesaian sistem persamaan linear  adalah … .

2. Carilah himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear 

3. Himpunan penyelesaian dari adalah ...

4. Himpunan penyelesaian dari adalah...

**2. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel**

Bentuk umum







Nilai x, y, z yang memenuhi ketiga persamaan tersebut dinamakan penyelesaian sistem persamaan linear.

Metode Penyelesaian:

1. Metode Eliminasi

2. Metode Substitusi

3. Metode Gabungan Eliminasi dan Substitusi

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari:

x + 2y + z = 10 .........................(1)

2x – y + z = -1 ..........................(2)

3x – 2y + 2z = 12 .....................(3)

**Jawab**

Eliminasi z:

Dari persamaan (1) dan (2)

x + 2y + z = 10

2x – y + z = -1

-

 -x + 3y = 11 .................... (4)

Dari persamaan (2) dan (3)

2x – y + z = -1 2 4x - 2y + 2z = -2

3x + 2y + 2z = 12 1 3x + 2y + 2z = 12

-

 x – 4y = -14 ……(5)

Dari persamaan (5)

 x – 4y = -14

 x = 4y – 14

Disubstitusikan ke persamaan ke (4)

 -x + 3y = 11

-(4y - 14) + 3y = 11

 -4y + 14 + 3y = 11

 -y = -3

 y = 3

Untuk y = 3  -x + 3y = 11

 -x + 3(3) = 11

 -x = 11 – 9

 -x = 2

 x = 2

Untuk x = 2 dan y = 3 disubstitusikan ke (1)

x + 2y + z = 10

-2 + 2.(3) + z = 10

z = 10 - 4

z = 8

Jadi, HP = {(-2, 3, 6)}

**Latihan!**

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan : 
2. Sistem persamaan linear

*x* + *y* + *z* = 12

2*x* – *y* + 2*z* = 12

3*x* + 2*y* – *z* = 8

mempunyai himpunan penyelesaian {(*x* , *y* , *z*)}. Hasil kali antara *x*, *y*, *z* adalah ……

1. Himpunan penyelesaian dari sistem persamaan :

*p* + *q* + *r* = 12

2*p* – *q* + 2*r* = 12

3*p* + 2*q* – *r* = 8

adalah {(*p* , *q* , *r*)}.hitunglah nilai dari p - q + r

**PR!**

1. Nilai x + y + z dari sistem persamaan adalah...
2. Jika *x*, *y* dan *z* pen*y*elesaian sistem persamaan







maka *x* + *y* + *z* = …

1. Himpunan penyelesaian :

*x* + 2*y* = –3

*y* + 2*x* = 4 adalah {(*x*, *y*, *z*)}

*x* + *y* + 2*z* = 5

Nilai dari *x* + *z* adalah …

**3.** **Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat**

Bentuk umum

y = ax + b  bagian linear

  bagian kuadrat

dengan a, b, p, q, r adalah bilangan real

Titik potong garis y = ax + b dan kurva  merupakan penyelesaian

Jika garis y = ax + b disubstitusikan ke kurva diperoleh:

dengan nilai D adalah: 

Ada tiga kemungkinan:

1. D > 0, garis dan parabola berpotongan pada dua titik yang merupakan HP
2. D = 0, garis menyinggung parabola pada satu titik merupakan HP
3. D < 0, garis tidak memotong tidak pula menyinggung parabola, jadi tidak mempunyai HP atau { }.

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari:

 y = 2x – 2



**Jawab**

y = 2x – 2 ...............(1)

.....(2)

Persamaan (1) disubstitusikan ke persamaan (2)x

 



 

 

 

Untuk  

Untuk 

Himpunan penyelesaian {(6,10),(1,0)}

**Latihan!**

Carilah himpunan penyelesaian dari tiap SPLK berikut ini :

a.  c. 

b. 

**PR!**

Carilah himpunan penyelesaian dari tiap SPLK berikut ini :

a.  c. 

b. 

**4. Sistem Persamaan Kuadrat dan Kuadrat**

Sistem persamaan yang terdiri dari dua persamaan masing-masing berbentuk kuadrat yang memuat dua variabel disebut sistem persamaan kuadrat dan kuadrat.

Bentuk umum





dengan a, b, c, p, q, r adalah bilangan real

Banyaknya anggota dalam penyelesaian ditentukan oleh D.



1. D > 0, garis dan parabola berpotongan pada dua titik yang merupakan HP

2. D = 0, garis menyinggung parabola pada satu titik merupakan HP

3. D < 0, garis tidak memotong tidak pula menyinggung parabola, jadi tidak mempunyai HP atau { }.

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian  dan !

**Jawab**

Substitusi  ke  diperoleh

 = 

 -4x – 2x = -1 – 5

 -6x = -6

 x = 1

Untuk x = 1 substitusikan ke 

y = 1 + 2 – 1 = 2

Jadi, penyelesaiannya adalah {(1,2)}

**Latihan!**

1. Diketahui sistem persamaan  dan . Tentukan himpunan penyelesaiannya !

2. Tentukan penyelesaian dari dan 

3. Tentukan penyelesaian dari dan 

**PR!**

1. Penyelesaian dari  dan  adalah … .
2. Tentukan penyelesaian dari dan 
3. Tentukan penyelesaian dari dan 

**5. Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat dalam Kehidupan**

Dalam kehidupan sehari-hari digunakan model matematika yang berbentuk persamaan linear dan kuadrat.

Langkah-langkah penyelesaian masalah:

1. Nyatakan besaran yang ada dalam masalah sebagai variabel misal x, y, atau z.

2. Hubungkan variabel-variabel tersebut dalam suatu persamaan dengan mengingat syarat-syarat berlakunya variabel

3. Selesaikan sistem persamaan tersebut

**Contoh:**

Jumlah dua bilangan sama dengan 18. Selisih kedua bilangan tersebut adalah 12. Tentukan kedua bilangan tersebut!

**Jawab**

Misal kedua bilangan tersebut x dan y maka berarti:

x + y = 18

x – y = 12

Dengan metode eliminasi dan substitusi

Dari x + y =18  x = 18 – y substitusikan ke

 x – y = 12

(18 - y) – y = 12

 -2y = -6

 y = 3

Substitusikan y = 3 ke x = 18 – y

 x = 18 – 3

 x = 15

Jadi, bilangan tersebut adalah 15 dan 3.

**Latihan!**

1. Jumlah dua bilangan sama dengan 27 sedangkan selisih dua bilangan itu adalah 3, maka hasil kali kedua bilangan tersebut adalah ...
2. Keliling suatu persegi panjang adalah 68 cm. Panjangnya 22 cm lebih dari lebarnya. Hitunglah :
	1. panjang dan lebarnya
	2. Luasnya
3. Ibu membeli 5 kg jeruk dan 8 kg rambutan dengan harga Rp115.000,00. Jika ibu membeli 3 kg jeruk dan 5 rambutan harga Rp 70.000,00, tentukan harga 1 kg jeruk dan 1 kg rambutan!

**PR!**

1. Dua bilangan asli x dan y jumlahnya adalah 28 dan selisihnya 12, tentukan bilangan itu!
2. Panjang suatu persegi panjang adalah 4 cm lebih dari lebar persegi panjang tersebut. Jika luasnya 45 cm2, tentukan keliling persegi panjang tersebut!
3. Seorang penjual roti dapat menjual 12 roti A dan 8 roti B dengan menerima uang Rp 1.800,- pada hari yang lain ia menjual 20 roti dan 30 roti B dengan menerima uang Rp 4.250,- tentukan harga sebuah roti A dan sebuah roti B.

**UJI KOMPETENSI**

* + - 1. Nilai x dan y yang memenuhi sistem persamaan linear:

5x – 2y = 19

3x + 7y = -5

adalah ...

A. 2 dan -3 C. 2 dan 5 E. 3 dan 5

1. 3 dan -2 D. -3 dan 5
	* + 1. Himpunan penyelesaian sistem persamaan:



adalah ...

* 1. 8 B. 2 C.  D.  E. 
		+ 1. Penyelesaian sistem persamaan :



 adalah … .

A. (1,1) C. (1,3) dan (2,3) E. (0,-1) dan (-1.-3)

1. (2,3) D. (-1,-3) dan (1,1)
	* + 1. Penyelesaian dari :



 adalah … .

A. (-1,0) B. (0,1) C. (-1,1) D. (1,0) E. (0,-1)

* + - 1. Himpunan penyelesaian system persamaan linear 2x – y = 1 dan 4x + 7y = 11 adalah {()}. Nilai dari  = … .
	1. -2 B. -1 C. 0 D. 1 E. 2
		+ 1. Jika () penyelesaian system persamaan :

x + z = 3

2y – z = 1

x – y = 1

maka 

* + 1. 3 B. 4 C. 6 D. 8 E. 11
			1. Diketahui sistem persamaan linear:



Nilai dari x + y + z =...

1. 3 B. 2 C. 1 D.  E. 
	* + 1. Nilai x + y + z dari persamaan  adalah ... .

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1 E. -1

* + - 1. Jumlah dua bilangan sama dengan 27 sedangkan selisih dua bilangan itu adalah 3, maka hasil kali kedua bilangan tersebut adalah … .

A. 46 B. 76 C. 68 D. 88 E. 180

* + - 1. Ibu Ani membeli 2 kg daging ayam dan 1 kg daging sapi seharga Rp100.000,00. Di tempat yang sama Ibu Rini membeli 1 kg daging ayam dan 3 kg daging sapi seharga Rp200.000,00. Harga daging ayam per kilogram adalah ...
1. Rp15.000,00
2. Rp17.500,00
3. Rp20.000,00
4. Rp45.000,00
5. Rp60.000,00

**BAB IV**

**PERTIDAKSAMAAN**

**1. Pengertian**

Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda pertidaksamaan <, >, dan .

**2. Selang/interval**

Interval suatu himpunan dapat dinyatakan dengan beberapa cara yaitu dengan:

a. garis bilangan

b. notasi kurung

c. notasi pertidaksamaan

Sifat-sifat pertidaksamaan:

* Tanda pertidaksamaan tetap, jika ruas ditambah atau dikurangi dengan bilangan sama.
* Tanda pertidaksamaan tetap, jika kedua ruas dikali atau dibagi dengan bilangan positif
* Tanda pertidaksamaan dibalik, jika kedua ruas dikali atau dibagi dengan bilangan negatif

**3. Pertidaksamaan Linear Satu Variabel**

Pertidaksamaan yang peubah/variabelnya berpangkat satu dinamakan pertidaksamaan linear.

Bentuk umum

ax + b > 0

ax + b < 0

ax + b  0

ax + b  0

a dan b bilangan real dan a 0

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari 6x – 3 < 8x + 1

**Jawab**

6x – 8x < 1 + 3

-2x < 4



x > -2

Jadi, HP ={x│x > -2}

**Latihan!**

Carilah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan:

* 1. 2x – 2 < 0
	2. 2x – 5 > 1
	3. 
	4. 2x – 4 < x + 1
	5. 3x – 1  x + 3
	6. 2x + 2  4x + 6

**PR!**

Carilah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan:

a. 

b. 

c. 4x + 3 < 2x + 5

d. 4x – 2  2x + 10

e. 3x + 7  5x - 3

1. **Pertidaksamaan Kuadrat**

**a. Pengertian**

Pertidaksamaan kuadrat adalah pertidaksamaan yang memuat peubah (variabel) dengan pangkat tertinggi 2.

Bentuk umum pertidaksamaan kuadrat:









Dengan 0, a, b, c 

**b. Menyelesaikan Pertidaksamaan Kuadrat**

1. Dengan garis bilangan

Cara menyelesaikan:

* + Tentukan terlebih dahulu akar-akar persamaan kuadrat
	+ Tentukan nilai-nilai nol, sehingga membagi garis bilangan menjadi 3 interval
	+ Tentukan tanda-tanda interval

2. Dengan sketsa grafik fungsi kuadrat

Cara penyelesaiannya:

* 1. Sketsa , tentukan titik potong dengan sumbu x jika ada
	2. Tetapkan interval yang memenuhi y > 0, berarti terletak di atas sumbu x, dan y < 0. berarti grafik terletak di bawah sumbu x.

**Contoh :**

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan !

**Jawab**



Nilai-nilai nol



(x + 2)(x - 3) = 0

Nilai nol dan tanda intervalnya

+

 -

+

-2

3

Jadi, HP = 

**Latihan!**

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut!

a. 

b. 

c. 

d. 

**PR!**

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut!

a. 

b. 

c. 

d. 

**5. Pertidaksamaan Bentuk Pecahan**

Pertidaksamaan bentuk pecahan adalah pertidaksamaan yang memuat variabel pada penyebutnya dari suatu pecahan

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan pecahan digunakan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tentukan nilai nol-nol bagian pembilang dan penyebut dari pecahan 

2. Tentukan nilai nol tersebut pada garis bilangan sehingga diperoleh interval-interval dan tentukan pula tandanya

3. Tentukan interval yang memenuhi

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut!



**Jawab**



Pembuat nol pembilang:

x + 5 = 0  x = -5

Pembuat nol penyebut:

x – 1 = 0  x = 1

-

+

+

-5

1

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah ={x│x > -5 atau x > 1}

**Latihan!**

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut!

a.  d. 

b.  e. 

c.  f. 

**PR!**

a.  d. 

b.  e. 

c. 

**6. Pertidaksamaan Bentuk Akar (Irasional)**

Pertidaksamaan bentuk akar adalah pertidaksamaan yang variabelnya terdapat dalam tanda akar.

Secara umum pertidaksamaan berbentuk

a.  c. 

b.  d. 

Dengan syarat u(x) dan v(x)  0

Adapun langkah-langkah menyelesaikan pertidaksamaan berbentuk akar:

* Kuadratkan kedua ruas pertidaksamaan
* Menguadratkan bilangan di bawah tanda akar 0,
* Tentukan interval yang sesuai dengan menggabungkan kedua langkah sebelumnya

**Contoh**

Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan 

**Jawab**





2x – 3 < 1

2x < 4

x < 2

Syarat:

2x – 3  0

2x  3





2

Jadi, HP = 

**Latihan!**

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

a. 

b. 

c. 

**PR!**

a. 

b. 

c. 

**7. Pertidaksamaan Nilai Mutlak**

Untuk bilangan real *x,* harga mutlak *x*, dinotasikan dengan |*x*|, dan didefinisikan sebagai |*x| =* x*,* jika *x* ≥ 0, -*x*, jika *x* < 0.

Contoh : |2| = 2, |0| = 0, |-2| = -(-2) = 2.

untuk semua bilangan real *x*, berlaku :

|*x*| ≥ 0, dan |*x*| =|-*x*|.

Untuk setiap bilangan real *x* dan *y* , dan

*c* > 0 berlaku :

1. |*xy| = |*x| |*y|,*

2.  *|*x*| < c <=> -c <* x< *c*,

3. |*x*| > *c <=>* x *> c* atau *x* < -*c.*

**Contoh :**

Selesaikan pertidaksamaan  !

**Jawab**

 -3 < x < 3

**Latihan!**

Carilah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan:

a. 

b. 

c. 

d. 

**PR!**

a. 

b. 

c. 

**8. Pertidaksamaan dalam Kehidupan**

Dalam kehidupan sehari-hari, kadang-kadang beberapa persoalan perhitungan matematika dapat diterjemahkan ke dalam model matematika yang berbentuk pertidaksamaan satu variabel.

**Contoh**

Jumlah dua bilangan asli tidak kurang dari 60. jika bilangan kedua sama dengan dua kali bilangan pertama. Tentukan batas kedua bilangan tersebut!

**Jawab**

Misal bilangan pertama = x

Bilangan kedua = 2x

x + 2x  60

3x  60

x  20

Jadi, bilangan pertama paling sedikit 20 dan bilangan kedua paling sedikit 40.

**Latihan!**

1. Sebuah taman berbentuk persegi panjang jumlah panjang dan lebarnya 100 meter. Jika luas taman tersebut tidak kurang dari 200 m2, carilah batas-batas panjang dari taman tersebut!
2. Jumlah dua bilangan asli tidak kurang dari 50. Jika bilangan kedua sama dengan empat kali bilangan pertama, tentukan batas kedua bilangan tersebut.
3. Sebuah segitiga ABC dengan panjang sisi (2x - 2) cm, (3x + 1) cm, dan (x + 4) cm. Jika diketahui keliling segitiga kurang dari atau sama dengan 80 cm, tentukan nilai terbesar x dan panjang sisi-sisi segitiga.

**PR!**

1. Keliling sebuah persegi panjang 30 cm. Jika luasnya tidak kurang dari 56 cm2, tentukan batas-batas nilai panjang persegi panjang tersebut!
2. Sebuah peluru ditembakkan sehingga memenuhi h(t) = 30t – 2t2, di mana h dalam meter dan t dalam detik. Tentukan interval waktu sehingga jarak benda lebih atau sama dengan 100 meter!
3. Sebuah persegi panjang lebarnya kurang 6 cm dari panjangnya. Jika luasnya paling sedikit 187 cm2. Tentukan panjang minimalnya!

**UJI KOMPETENSI**

* + - 1. Penyelesaian dari pertidaksamaan 2x-1 > 5 adalah … .

 A. x > 2,5 B. x < -3 C. x < 4 D. x > 3 E. x > 4

* + - 1. Nilai x yang memenuhi pertidaksamaan  adalah … .

A. -1 < x < 4 C. x > 4 E. -4 < x < 1

B. x < -1 atau x > 4 D. x < -4 atau x > 1

* + - 1. Nilai x yang memenuhi  - 4*x* -12 ** 0 adalah ....

A*. x * -2 atau *x * 6 C. -2 ** *x* 6 E. -6 ** *x * 2

B. *x * -6 atau *x * 2 D. 2 ** *x * 6

* + - 1. Himpunan penyelesaian dari  adalah ... .

A. 

B. 

C. 

D. 

E. 

* + - 1. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan 3*x*2 – 2*x* – 8 > 0 untuk *x* ∈ R adalah …
1. { *x* | *x* > 2 atau *x* < –}
2. { *x* | *x* > 2 atau *x* < –}
3. { *x* | – < *x* < 2}
4. { *x* | – < *x* < 2}
5. { *x* | *x* >  atau *x* < – 2}
6. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan *x*2 – 5*x* – 6 > 0 , untuk *x*  R, adalah ……
7. { *x* | – 6 < *x* < 1}
8. { *x* | – 3 < *x* < 2}
9. { *x* | *x* < – 1 atau *x* > 6}
10. { *x* | *x* < – 6 atau *x* > 6}
11. { *x* | *x* < 2 atau *x* > 3}
12. Penyelesaian dari pertidaksamaan adalah ... .

A. -5 ** *x* -1 C. *x * -5 atau *x* > 1 E. *x*-5

B. -5 < *x* < 1 D. *x* < -1

1. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  adalah …
2. { *x* | 1 ≤ *x* ≤ 2 }
3. { *x* | *x* < 1 }
4. { *x* | *x* > 2 atau *x* ≤ 1 }
5. { *x* | *x* > 2 atau *x* ≤ 1 }
6. Solusi pertaksamaan  adalah …
7. –4 < *x* < 5
8. 5 < *x* < 6
9. *x* < 4
10. 4 < *x* < 5 atau *x* > 6
11. *x* < 4 atau *x* > 6
12. Pertidaksamaan  ≤ 1 dipenuhi oleh …
13. 0 ≤ *x* ≤ 1
14. –4 < *x* ≤ 1
15. –8 ≤ *x* < 1
16. 1 < *x* ≤ 7
17. *x* ≥ -4 dan *x* < 1
18. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan adalah …
	1. { *x* | x ≤ 5}
	2. 
	3. 
	4. 
	5. 
19. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan  adalah …
	1. x > 5
	2. x ≤ -3 atau x ≥ 5
	3. x ≤ -3 atau x ≥ 2
	4. x ≥ 2
	5. x ≥ 4
20. Himpunan semua *x* yang memenuhi pertaksamaan | 2*x* + 1 | < | 2*x* – 3 | adalah ….
21. { *x* | *x* < –}
22. { *x* | *x* < }
23. { *x* | *x* < }
24. { *x* | *x* > }
25. { *x* | *x* > }
26. Sebuah karton berbentuk persegi panjang memiliki panjang (2x +1) cm dan lebar (x - 3) cm. Jika keliingnya tidak lebih dari 98 cm, maka nilai x adalah ...
	1. x > 16
	2. x > 18
	3. x < 12
	4. x < 17
	5. x < 34
27. Tinggi h meter sebuah peluru ditembakkan dinyatakan dengan h(t) = 100t – 5t2. t waktu dalam detik. Peluru itu mencapai ketinggian lebih dari 375 meter jika nilai t adalah ...
	1. t > 5
	2. t ≥ 15
	3. 5 < t < 15
	4. 5 ≤ t ≤ 15
	5. t < 5 atau t > 15

**DAFTAR PUSTAKA**

Awalia, dkk. 2008. *Matematika untuk SMA/MA*. Solo: Penerbit Fokus.

Shofyanis, M.Ed dkk. 1995. *Matematika SMU*. Jakarta: Penerbit Yudhistira.

Supriyanto Agus, Drs. 2008. Panduan Belajar Matematika Kelas 10 SMA. Yogyakarta: Penerbit Primagama.

Tim Simpati. 2008. *Matematika X*. Surakarta: Penerbit Simpati.

Utami Retno, S.Pd.2006. Pegangan Guru Matematika SMA/MA kelas X Semester 1. Surakarta: Penerbit CV Teguh Karya

Wirodikromo Sartono. 2007. *Matematika untuk SMA kelas X*. Jakarta: Penerbit Erlangga.